

GUÍA 3 - MISIÓN 1: Desigualdades e Inecuaciones en la Gestión Pública

CONTEXTO: VILLA ESPERANZA

La Secretaría de Desarrollo Social del municipio de Villa Esperanza debe reglamentar la entrega de subsidios para programas de vivienda y nutrición. Para ser beneficiario, el ingreso familiar no puede superar ciertos topes legales, y los índices de vulnerabilidad deben mantenerse sobre un umbral estricto. Asimismo, el número total de subsidios asignados está restringido por el presupuesto disponible. Como auxiliar administrativo en formación de la ESAP, debes utilizar **desigualdades e inecuaciones** para definir los rangos de elegibilidad y evaluar la cobertura de las políticas públicas.

Objetivo de la Misión: Comprender las propiedades de las desigualdades lineales, representar sus soluciones en la recta real e interpretar intervalos de solución aplicados a la restricción de recursos e indicadores sociales.

Aprendamos

Una **desigualdad** es una relación de orden entre dos expresiones matemáticas que se comparan mediante los símbolos de orden:

Símbolo	Significado	Ejemplo Matemático	Interpretación en Administración Pública
<	Estrictamente menor que	$x < 500$	El gasto ejecutado es menor que el techo presupuestal.
>	Estrictamente mayor que	$x > 18$	La edad requerida para votar en el consejo municipal.
$\leq$	Menor o igual que (Máximo)	$x \leq 2.5$	El ingreso familiar no supera 2.5 Salarios Mínimos (SMLV).
$\geq$	Mayor o igual que (Mínimo)	$x \geq 70$	Puntaje mínimo de cumplimiento en la auditoría de gestión.

Propiedades Clave de las Inecuaciones

- **Suma y Resta:** Si se suma o resta un mismo número a ambos lados de una desigualdad, el sentido de la desigualdad **no cambia**. Si $a > b$, entonces $a + c > b + c$.
- **Multipliación/División por un positivo:** Si se multiplica o divide por un número positivo, el sentido **se mantiene**.
- **Regla de Oro (Multipliación/División por un negativo):** Si se multiplica o divide ambos lados de una desigualdad por un número negativo, **el sentido de la desigualdad SE INVIERTE**.
Ejemplo: Si $-2x \leq 10$, al dividir entre -2 obtenemos $x \geq -5$.

Recomendaciones: ¡Recuerda siempre la Regla de Oro! Cuando multipliques o dividas una inecuación por una cantidad negativa (como al despejar un coeficiente negativo), dale la vuelta al símbolo de la desigualdad. Si no lo haces, el rango de beneficiarios o de presupuesto calculado será totalmente erróneo.

Error frecuente: Un estudiante resolvió la inecuación $-3x > 12$ concluyendo que $x > -4$.

¿Por qué es incorrecto? Olvidó invertir el signo de desigualdad al dividir entre -3 . El procedimiento correcto es: $x < 12 / (-3) \Rightarrow x < -4$.

Ejemplo Resuelto

La Alcaldía de Villa Esperanza dispone de un fondo de \$120.000.000 para subsidios de desempleo. Cada subsidio otorgado cuesta \$1.500.000 mensuales y la administración fija un gasto operativo fijo de \$15.000.000. ¿Cuál es el número máximo de familias (x) que pueden beneficiarse?

Planteamiento: $1.500.000x + 15.000.000 \leq 120.000.000$

Solución:

1. Restar 15.000.000 en ambos lados: $1.500.000x \leq 105.000.000$
2. Dividir entre 1.500.000: $x \leq 105.000.000 / 1.500.000 \Rightarrow x \leq 70$

Interpretación: La alcaldía puede otorgar como máximo 70 subsidios para no exceder el presupuesto asignado. En notación de intervalo: $x \in [0, 70]$ (asumiendo $x \geq 0$ por contexto real).

Practiquemos

Nivel Básico (Resolución algebraica y representación)

1. Resuelve la inecuación: $x + 8 \leq 15$ y exprésala en notación de intervalo.
2. Resuelve: $2x - 5 > 9$.
3. Resuelve la inecuación con coeficiente negativo: $-4x \geq 20$.
4. Representa en la recta numérica el conjunto solución de: $-2 < x \leq 6$.

Nivel Intermedio (Desigualdades compuestas y contexto)

1. Resuelve la desigualdad doble: $10 \leq 3x + 1 \leq 22$.
2. Resuelve: $5 - 2x < 11$.
3. El límite de emisión de contaminantes en una zona industrial está determinado por la inecuación $35 + 0.5t \leq 80$, donde t es el tiempo en horas de operación. Determina el tiempo máximo permitido.

Nivel Avanzado (Modelos presupuestales)

1. Un programa social cuenta con un presupuesto de \$45.000.000. Tiene un costo fijo de operación de \$9.000.000 y el costo por beneficiario es de \$600.000. Formula y resuelve la inecuación que representa la cantidad de beneficiarios posibles.
2. Resuelve la inecuación con fracciones: $(2x - 1) / 3 - (x + 2) / 4 > 1$.

Caso ESAP: En Villa Esperanza, el índice de vulnerabilidad urbana I para un barrio debe cumplir la condición $40 \leq 2I - 10 \leq 90$ para recibir inversión prioritaria en agua potable. Determina el rango exacto de valores del índice I que clasifican al barrio para la inversión.

GUÍA 3 - MISIÓN 2: Uso Eficiente de la Calculadora Científica

CONTEXTO: VILLA ESPERANZA

La Oficina de Planeación Municipal está calculando la proyección de crecimiento del recaudo del Impuesto Predial Unificado (IPU) empleando tasas de interés compuesto e índices exponenciales. Los funcionarios deben realizar cálculos complejos con precisión decimal rápida utilizando calculadoras científicas (físicas o digitales) sin incurrir en errores de sintaxis ni de agrupación de operaciones.

Objetivo de la Misión: Dominar las funciones clave de la calculadora científica (paréntesis, potencias, raíces, notación científica y memoria) aplicadas al cálculo de indicadores financieros y demográficos.

Aprendamos: Funciones Esenciales de la Calculadora Científica

Tecla / Función	Operación / Propósito	Ejemplo de Sintaxis en Calculadora	Resultado Esperado
() (Paréntesis)	Agrupar numeradores, denominadores y exponentes complejos.	<code>(120 + 45) / (15 - 3)</code>	13.75
x^y o $^{\wedge}$	Elevar una base a cualquier exponente (potenciación).	<code>1.05 ^ 10</code>	1.62889
$\sqrt{}$ o $x\sqrt{}$	Raíz cuadrada o raíz n-ésima.	<code>3 shift √ 125</code> o <code>125 ^ (1/3)</code>	5
EXP o $\times 10^x$	Ingresar potencias de base 10 (Notación Científica).	<code>4.5 EXP 6 / 1.5 EXP 3</code>	3000 (o 3×10^3)
STO / RCL (M+)	Guardar (Store) y recuperar (Recall) valores acumulados.	<code>1500 * 0.19 STO A</code>	Guarda el IVA en memoria A

Consejo del Profe Euler: ¡Atención a los denominadores! Al ingresar en la calculadora una fracción cuyo denominador es una operación (por ejemplo $450 / (12 + 8)$), si no utilizas los paréntesis, la calculadora dividirá $450 / 12$ y al resultado le sumará 8, obteniendo un valor completamente erróneo.

Error frecuente: Calcular la tasa de crecimiento presupuestal $P = 5000 \times (1 + 0.04)^5$ ingresando a la calculadora: `5000 * 1.04 ^ 5` frente a `5000 * 1 + 0.04 ^ 5`. La jerarquía de operaciones sin paréntesis produce un error grave.

Practicemos con Calculadora Científica

Nivel Básico

- Evalúa la expresión: $15.4 \times (3.2 + 4.8) / 2.5$.
- Calcula el valor exacto de: $(1 + 0.06 / 12)^{24}$ (aproxima a 4 decimales).
- Calcula: $\sqrt{(144 + 25)}$ vs $\sqrt{144} + \sqrt{25}$. Compara y explica los dos resultados.

Nivel Intermedio (Fórmulas financieras aplicadas)

1. El valor futuro de una inversión municipal está dado por $VF = 50.000.000 \times (1 + 0.075)^6$. Calcula el monto final exacto.
2. Calcula el indicador per cápita: $I = (4.85 \times 10^8) / (3.25 \times 10^4)$ expresando el resultado en notación científica.
3. Evalúa la fórmula de depreciación de maquinaria de obras públicas: $V = 180.000.000 \times (1 - 0.12)^4$.

Nivel Avanzado

1. Calcula la cuota de amortización de un crédito de infraestructura usando la fórmula:

$$C = 200.000.000 \times [0.012 \times (1 + 0.012)^{36}] / [(1 + 0.012)^{36} - 1]$$

Caso ESAP: Un proyecto de desarrollo local proyecta su población dentro de t años con la fórmula $P(t) = 45.000 \times (1.022)^t$. Utiliza tu calculadora científica para hallar la población estimada cuando $t = 8$ años y cuando $t = 15$ años.

GUÍA 3 - MISIÓN 3: Graficadores Matemáticos (GeoGebra y Herramientas Digitales)

CONTEXTO: VILLA ESPERANZA

La Secretaría de Planeación y Movilidad de Villa Esperanza desea analizar gráficamente la zona de cobertura óptima de una ruta de transporte público y el punto de equilibrio entre los costos operativos del servicio y los ingresos por tarifas cobradas a los usuarios. Para ello, los equipos técnicos emplean herramientas digitales como **GeoGebra** y graficadores en línea para modelar inecuaciones y funciones de manera dinámica.

Objetivo de la Misión: Utilizar graficadores matemáticos (GeoGebra / Desmos) para ingresar desigualdades lineales, visualizar regiones de solución en el plano cartesiano e interpretar soluciones en el contexto territorial.

Aprendamos: Pasos para Graficar Desigualdades en GeoGebra

Paso 1: Acceso a la Herramienta Digital

Ingresa a www.geogebra.org/calculator o abre la aplicación **GeoGebra Calculadora Graficadora** en tu equipo o dispositivo móvil.

Paso 2: Entrada de la Inecuación en Una Variable

En la barra de entrada algebraico, escribe directamente la inecuación. Por ejemplo: $2x - 4 \leq 6$. GeoGebra sombreadá automáticamente la región de la recta real que cumple la condición ($x \leq 5$).

Paso 3: Entrada de Desigualdades en Dos Variables (Regiones de Featibilidad)

Para modelar restricciones de presupuesto y personal, ingresa inecuaciones como: $y \leq -0.5x + 10$ o $3x + 2y \leq 60$. La zona sombreada representa la **región factible** de soluciones.

Paso 4: Interpretación de Fronteras (Líneas Continuas vs Punteadas)

- Si el símbolo es $\leq$ o $\geq$, el borde es una **línea continua** (los puntos de la frontera forman parte de la solución).
- Si el símbolo es $<$ o $>$, el borde es una **línea punteada** (la frontera no está incluida).

Nivel Básico (Visualización lineal)

1. Ingresa en GeoGebra la inecuación $3x - 6 > 0$. Verifica el valor donde inicia el sombreado e identifica si la frontera es continua o punteada.
2. Grafica $y \geq 2x - 1$. Determina si el punto $(2, 5)$ pertenece o no al conjunto solución.

Nivel Intermedio (Sistemas de inecuaciones en el plano)

1. Ingresa el siguiente sistema de restricciones en GeoGebra:

- $x \geq 0$
- $y \geq 0$
- $x + y \leq 12$

Identifique los vértices del triángulo formado por el cruce de las tres regiones sombreadas.

2. Un parque principal de Villa Esperanza limita su zona de venta ambulante por la inecuación $2x + 5y \leq 100$. Grafica la región y determina si se pueden ubicar 20 puestos de tipo X ($x=20$) y 15 de tipo Y ($y=15$).

Nivel Avanzado (Análisis de Sensibilidad de Políticas Públicas)

1. Grafica el sistema de optimización de espacio para almacenamiento de insumos médicos:

$x + 2y \leq 40$ (Restricción de espacio m²)

$4x + y \leq 60$ (Restricción de presupuesto en millones)

Encuentra el punto de intersección de las rectas fronteras mediante el comando de GeoGebra `Interseca()`.

GUÍA 3 - MISIÓN FINAL: Caso Integrador de Gestión Pública

CASO INTEGRADOR: OPTIMIZACIÓN DEL PLAN DE NUTRICIÓN Y COMEDORES COMUNITARIOS DE VILLA ESPERANZA

Has sido nombrado Coordinador Técnico de la Secretaría de Desarrollo Social de Villa Esperanza. Para el segundo semestre del año, la Alcaldía asignó un presupuesto de **\$180.000.000** para la operación de comedores comunitarios que atenderán a dos grupos vulnerables: **Niños (Grupo A)** y **Adultos Mayores (Grupo B)**.

Parámetros del programa:

- El costo de atención nutricional mensual por niño es de **\$150.000**.
- El costo de atención nutricional mensual por adulto mayor es de **\$200.000**.
- Por directiva gubernamental, la cantidad de niños atendidos (x) debe ser como mínimo el doble de la cantidad de adultos mayores (y) atendidos, es decir: $x \geq 2y$.
- El centro operativo tiene una capacidad logística máxima total para atender a **1.000 personas en total** ($x + y \leq 1000$).
- Los gastos fijos de supervisión y logística del programa equivalen a **\$30.000.000**.

Actividad Integradora (Paso a Paso)

1. Planteamiento de Inecuaciones Algebraicas:

- a) Escribe la inecuación del presupuesto total asignado a la atención directa ($150.000x + 200.000y \leq 180.000.000 - 30.000.000$). Simplifica la inecuación dividiendo entre 10.000.
- b) Escribe la inecuación de capacidad logística total y la de proporción poblacional ($x \geq 2y$).

2. Cálculos con Calculadora Científica:

Si la alcaldía decide atender exactamente a $y = 250$ adultos mayores:

- Calcula usando tu calculadora el número máximo de niños (x) que se pueden atender con el presupuesto restante.
- Verifica si esa combinación de (x, y) cumple la restricción de capacidad máxima de 1.000 personas.

3. Modelación Digital en GeoGebra:

a) Ingresas las desigualdades en GeoGebra:

- $x \geq 0, y \geq 0$
- $15x + 20y \leq 15000$
- $x + y \leq 1000$
- $x \geq 2y$

b) Exporta o dibuja la **región poligonal factible** obtenida e identifica las coordenadas de sus vértices principales.

Reto de Razonamiento Territorial: Si el costo de los insumos alimentarios aumenta un 12% debido a la inflación, ¿cuál es la nueva inequación de presupuesto? Utiliza la calculadora científica para reajustar los coeficientes y grafica el nuevo límite en GeoGebra para explicar cuántos beneficiarios se perderían.

Autoevaluación del Aprendizaje

Criterio de Evaluación	Sí	Parcialmente	No
Comprendo y aplico correctamente las propiedades de las desigualdades lineales (incluida la regla de cambio de signo al multiplicar/dividir por negativos).			
Resuelvo inequaciones algebraicas y represento sus soluciones en notación de intervalos y en la recta real.			
Utilizo eficientemente la calculadora científica para resolver expresiones matemáticas complejas con paréntesis y potencias.			
Modelos e ingreso inequaciones y sistemas de restricciones en GeoGebra u otro graficador digital.			
Interpreto las regiones factibles sombreadas en graficadores digitales para tomar decisiones de gestión pública territorial.			

Reflexión Final: ¿De qué manera la combinación entre el cálculo de desigualdades y el uso de herramientas digitales (calculadora y GeoGebra) optimiza el tiempo de respuesta y la precisión de un administrador público al diseñar planes de desarrollo municipal?

Actividad de Cierre / Trabajo Independiente

Consulta el Plan de Desarrollo Municipal de tu localidad o una norma nacional (por ejemplo, los criterios de selección del SISBÉN o de transferencias monetarias). Identifica **dos criterios que estén estructurados como desigualdades o rangos numéricos**. Redacta un informe de una página donde:

- Formules matemáticamente las desigualdades identificadas.
- Grafiques la condición en GeoGebra y adjuntes la captura de pantalla o la representación de la recta real.
- Concluyas sobre la equidad y alcance de dicha medida en la población territorial.

¡Felicitaciones! Has completado la Guía Taller No. 3.

Los conocimientos adquiridos en desigualdades y graficación digital serán la herramienta base para el estudio de funciones y modelos de optimización lineal en la Guía No. 4.