

GUÍA TALLER No. 3

Misión 1. Ecuaciones lineales

Contexto – Planeación de un programa de formación ciudadana

La Secretaría de Participación Ciudadana está organizando jornadas de formación para líderes comunitarios. El presupuesto disponible, el costo por jornada y el número de actividades deben relacionarse mediante ecuaciones. Como auxiliar administrativo en formación, deberás utilizar ecuaciones lineales para determinar cantidades desconocidas y apoyar la planeación del programa.

Objetivo de la misión

Reconocer ecuaciones lineales de una variable y resolverlas mediante operaciones equivalentes, interpretando la solución en situaciones sencillas de administración pública.

Aprendamos

Una ecuación es una igualdad que contiene una o más cantidades desconocidas. En una ecuación lineal de una variable, la incógnita tiene exponente 1.

Elemento	Descripción	Ejemplo: $3x + 5 = 20$
Incógnita	Cantidad desconocida que se desea hallar.	x
Primer miembro	Expresión ubicada a la izquierda del signo igual.	$3x + 5$
Segundo miembro	Expresión ubicada a la derecha del signo igual.	20
Solución	Valor que hace verdadera la igualdad.	$x = 5$

Ejemplos resueltos

Ejemplo 1: $4x + 7 = 31$

$$4x = 31 - 7 \rightarrow 4x = 24 \rightarrow x = 6$$

Ejemplo 2: $5x - 8 = 2x + 13$

$$5x - 2x = 13 + 8 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = 7$$

Consejo del Profe Euler

Realiza la misma operación en ambos miembros de la ecuación. Al finalizar, reemplaza el valor obtenido para comprobar que la igualdad se cumple.

Error frecuente

Un estudiante resolvió $3x + 4 = 19$ y escribió $3x = 23$. Explica el error y realiza el procedimiento correcto.

GUÍA 3 – Misión 2

Resolución de ecuaciones lineales

Practiquemos

● Nivel básico

- $x + 8 = 17$
- $x - 12 = 9$
- $3x = 27$
- $5x + 2 = 22$
- $4x - 7 = 21$
- $2x + 9 = 35$

● Nivel intermedio

- $7x - 5 = 30$
- $3x + 11 = 2$
- $6x - 8 = 4x + 10$
- $5x + 12 = 2x + 33$
- $4(x + 2) = 28$
- $3(x - 5) + 6 = 18$

● Nivel avanzado

- $5(2x - 3) = 3x + 20$
- $4(x + 3) - 2x = 26$
- $3(2x - 1) + 5 = 2(x + 7)$
- $2(x - 4) + 3(x + 1) = 25$

Desafío ESAP

Una dependencia dispone de 46 millones de pesos para realizar varias jornadas de capacitación. El alquiler general del espacio cuesta 6 millones y cada jornada adicional cuesta 5 millones. Si x representa el número de jornadas, plantea una ecuación y determina cuántas jornadas pueden financiarse.

Trabajo independiente

Resuelve y comprueba las siguientes ecuaciones:

1. $8x + 4 = 52$
2. $9x - 7 = 38$
3. $6x + 5 = 3x + 29$
4. $7(x - 2) = 35$
5. $4(x + 6) - 3x = 30$

GUÍA 3 – Misión 3

Problemas con ecuaciones lineales

Contexto: Gestión de recursos públicos

Las ecuaciones permiten representar relaciones entre costos, cantidades, aportes y recursos disponibles. El paso más importante es definir la incógnita y traducir correctamente la información del problema.

Objetivo

Plantear y resolver ecuaciones lineales a partir de situaciones contextualizadas.

Estrategia para resolver problemas

Paso	Acción
1	Identifica qué cantidad se desconoce.
2	Define una variable para representar esa cantidad.
3	Traduce la información a una ecuación.
4	Resuelve la ecuación.
5	Interpreta y comprueba la respuesta en el contexto.

Ejemplo resuelto

Una oficina cuenta con 34 millones de pesos. Después de pagar un costo fijo de 10 millones, utiliza el resto para financiar 6 actividades del mismo valor. ¿Cuánto cuesta cada actividad?

Sea x el costo de cada actividad: $6x + 10 = 34$.

$6x = 24 \rightarrow x = 4$. Cada actividad cuesta 4 millones de pesos.

Practiquemos

- Una entidad paga 8 millones por logística y 3 millones por cada taller. Si el gasto total fue de 29 millones, ¿cuántos talleres realizó?
- Un programa tiene 120 beneficiarios. Después de incorporar el mismo número de personas en 4 grupos, llega a 200 beneficiarios. ¿Cuántas personas se incorporaron a cada grupo?
- Una dependencia recibe 75 millones. Después de reservar 15 millones, distribuye el resto equitativamente entre 5 proyectos. ¿Cuánto recibe cada proyecto?
- El costo de una actividad es 7 millones más el doble de un costo variable. Si el total es 31 millones, determina el costo variable.

Caso ESAP

Para una estrategia de participación ciudadana se presupuestaron 52 millones de pesos. Se destinan 12 millones a divulgación y el resto se distribuye por igual entre 8 encuentros comunitarios. Plantea la ecuación, resuélvela e interpreta el resultado.

GUÍA 3 – Misión 4

Ecuaciones cuadráticas

Contexto: Análisis de modelos

Algunos modelos matemáticos utilizados para analizar costos, ingresos, áreas o comportamientos de indicadores producen ecuaciones en las que la variable aparece elevada al cuadrado. Estas se denominan ecuaciones cuadráticas.

Objetivo

Identificar ecuaciones cuadráticas, reconocer sus coeficientes y resolverlas mediante la fórmula cuadrática.

Aprendamos

Una ecuación cuadrática puede escribirse en la forma general:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

Elemento	Significado
a	Coeficiente del término cuadrático x^2 .
b	Coeficiente del término lineal x.
c	Término independiente.

Para resolverla utilizaremos exclusivamente la fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

El valor $\Delta = b^2 - 4ac$ se denomina discriminante. Si $\Delta > 0$ hay dos soluciones reales diferentes; si $\Delta = 0$ hay una solución real doble; y si $\Delta < 0$ no hay soluciones reales.

Ejemplo resuelto

Resolver: $2x^2 - 5x - 3 = 0$

$a = 2$, $b = -5$, $c = -3$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(-3)}}{4}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = 3 \quad y \quad x_2 = \frac{-1}{2}$$

Error frecuente

Al sustituir b en la fórmula, conserva su signo. Si $b = -5$, entonces $-b = 5$ y $b^2 = (-5)^2 = 25$.

Consejo del Profe Euler

Antes de aplicar la fórmula, organiza siempre la ecuación en la forma $ax^2 + bx + c = 0$ e identifica cuidadosamente a, b y c.

GUÍA 3 – Misión 5

Aplicación de la fórmula cuadrática

Practiquemos

En todos los ejercicios, identifica a, b y c y resuelve utilizando la fórmula cuadrática.

Nivel básico

- $x^2 - 5x + 6 = 0$
- $x^2 + 3x - 4 = 0$
- $x^2 - 7x + 10 = 0$
- $x^2 + 2x - 8 = 0$
- $x^2 - 6x + 9 = 0$

Nivel intermedio

- $2x^2 + 5x - 3 = 0$
- $3x^2 - 7x + 2 = 0$
- $2x^2 - x - 6 = 0$
- $4x^2 + 4x - 3 = 0$
- $5x^2 - 13x + 6 = 0$

Nivel avanzado

- $3x^2 + 2x - 7 = 0$
- $5x^2 - 4x - 2 = 0$
- $2x^2 + 6x + 7 = 0$
- $4x^2 - 3x - 5 = 0$

Analicemos el discriminante

Sin resolver completamente cada ecuación, calcula $\Delta = b^2 - 4ac$ e indica cuántas soluciones reales tiene:

- $x^2 - 4x + 4 = 0$
- $x^2 + 2x + 5 = 0$
- $2x^2 - 7x + 3 = 0$

Desafío ESAP

Un modelo simplificado para analizar un indicador de ejecución produce la ecuación $2x^2 - 9x + 4 = 0$. Identifica a, b y c, calcula el discriminante y encuentra las soluciones mediante la fórmula cuadrática.

GUÍA 3 – Misión Final

Caso integrador – Planeación y análisis

Misión

Has sido asignado a un equipo de planeación que debe resolver dos situaciones matemáticas: una relacionada con la distribución de recursos y otra con un modelo cuadrático. Debes seleccionar el procedimiento apropiado y justificar tus resultados.

Situación 1 – Ecuación lineal

Una dependencia dispone de 68 millones de pesos. Se reservan 8 millones para comunicaciones y el dinero restante se distribuye equitativamente entre 6 actividades territoriales.

1. Define la variable.
2. Plantea la ecuación lineal.
3. Resuelve la ecuación.
4. Comprueba e interpreta la solución.

Situación 2 – Ecuación cuadrática

En un ejercicio de modelación se obtiene la ecuación $3x^2 - 8x - 3 = 0$.

5. Identifica los valores de a, b y c.
6. Calcula el discriminante.
7. Resuelve la ecuación utilizando la fórmula cuadrática.
8. Comprueba las soluciones obtenidas.

Reto de razonamiento

Un estudiante afirma que para resolver $x^2 - 6x + 5 = 0$ es obligatorio buscar dos números que multipliquen 5 y sumen -6. Explica por qué no es necesario y resuelve la ecuación utilizando la fórmula cuadrática.

Autoevaluación

Criterio	Sí	Parcialmente	No
Reconozco una ecuación lineal.			
Resuelvo ecuaciones lineales usando operaciones equivalentes.			
Planteo ecuaciones lineales a partir de problemas.			
Identifico una ecuación cuadrática y sus coeficientes.			
Aplico correctamente la fórmula cuadrática.			
Interpreto el discriminante.			
Compruebo e interpreto mis soluciones.			

Reflexión final

¿Qué diferencias encuentras entre una ecuación lineal y una cuadrática? ¿En qué paso cometes más errores?
¿Cómo puede ayudarte el planteamiento de ecuaciones para analizar situaciones de gestión pública?

Actividad de cierre

Crea una situación sencilla de administración pública que pueda representarse mediante una ecuación lineal. Define la variable, plantea la ecuación, resuélvela e interpreta la respuesta. Después, resuelve mediante fórmula cuadrática: $2x^2 - 3x - 5 = 0$.

¡Felicitaciones!

Has completado la Guía Taller No. 3. El manejo de ecuaciones lineales y cuadráticas será una base importante para estudiar funciones y modelos matemáticos.